

Esquema de calificación

Noviembre de 2019

Estudios Matemáticos

Nivel Medio

Prueba 2

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Instrucciones para los examinadores

Observaciones: En caso de dudas sobre estas instrucciones o temas relacionados con la asignación de puntuaciones, póngase en contacto con su jefe de equipo.

1 Siglas

- M** Puntos otorgados por el **método**
- A** Puntos otorgados por una **respuesta** o por la **precisión**
- R** Puntos otorgados por un **razonamiento** claro
- G** Puntos otorgados por soluciones correctas obtenidas mediante la **calculadora de pantalla gráfica**, independientemente del trabajo mostrado.
- AG** **Respuesta incluida** en la pregunta y, en consecuencia; no se otorgan puntos.
- ft** Se pueden otorgar puntos por la **coherencia** con resultados previos en la pregunta.

2 Método para corregir

- (a) Todas las correcciones deben realizarse en RM Assessor, utilizando las anotaciones de Estudios Matemáticos y de acuerdo con el documento vigente de orientaciones para la corrección electrónica de Estudios Matemáticos NM. Es fundamental leer el documento antes de empezar a corregir.
- (b) Si un apartado de una pregunta es del todo correcto use las anotaciones tic con números para otorgar la puntuación máxima. Si un apartado es completamente erróneo use la nota **A0**, de lo contrario se deben mostrar todas las anotaciones.
- (c) No se debe otorgar ningún punto al trabajo tachado por el alumno.
- (d) Si el alumno ha dado dos respuestas a una pregunta, solo se debe corregir la primera respuesta.
- (e) Si el procedimiento adecuado lleva a la respuesta correcta, pero esta va seguida de más desarrollos que indican una falta de comprensión matemática, entonces **no** se puede otorgar la puntuación máxima. En la mayoría de estos casos se perderá solo el último punto por respuesta. Una excepción podría ser las respuestas numéricas, donde una respuesta exacta que es correcta está seguida de una expresión decimal incorrecta.

Ejemplo:

	Se ve la respuesta correcta	Hay más desarrollo	Acción
1.	$8\sqrt{2}$	5,65685... (valor decimal incorrecto)	Otorgue el ultimo (A1) (ignore el desarrollo posterior)
2.	$(x-6)(x+1)$	$x=6$ and -1	No otorgue el último (A1)

Ejemplo: Calcule la pendiente de la recta que pasa por los puntos (5; 3) y (0; 9).

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
$\frac{9-3}{0-5}$ (M1) Otorgue (M1) por la sustitución correcta en la fórmula de la pendiente $= -\frac{6}{5}$ (A1)	(i) $\frac{9-3}{0-5} = -\frac{6}{5}$	(M1)
	La pendiente es $= -\frac{6}{5}$ (Existe una comprensión clara de la pendiente.)	(A1)
	$y = -\frac{6}{5}x + 9$	
	(ii) $\frac{9-3}{0-5} = -\frac{6}{5}$	(M1)
	$y = -\frac{6}{5}x + 9$	(A0)
	(Existe confusión sobre lo requerido.)	

3 Puntos por la coherencia (ft)

En cualquier paso de una resolución, un error puede afectar a todo el trabajo posterior. Para limitar la gravedad de la penalización, se pueden otorgar puntos por la **coherencia (ft)**. Los esquemas de calificación indicarán, con “**(ft)**”, dónde es adecuado aplicar el criterio de coherencia en una pregunta.

- (a) La coherencia se aplica solo de un apartado de una pregunta a otro apartado posterior de la pregunta. No se aplica dentro del mismo apartado.
- (b) Si una respuesta que es consecuencia de un procedimiento de coherencia es muy poco realista (por ejemplo, distancias negativas o de un orden de magnitud excesivo) entonces el punto **A** final no se debe otorgar.
- (c) Si, debido a un error, una pregunta queda transformada en otra **distinta, mucho más sencilla**, entonces el criterio de coherencia podría no ser aplicado.
- (d) Para otorgar puntos por coherencia en un apartado de una pregunta, **es necesario que haya un trabajo explícito relacionado con ese apartado**. Una respuesta aislada, obtenida por coherencia, pero sin un desarrollo explícito, se considera incorrecta, y no recibirá ningún punto **aunque se aproxime a la respuesta correcta**.
- (e) Una excepción a lo anterior sería una pregunta donde lo que se evalúa es el manejo del alumno en el uso de la calculadora de pantalla gráfica, y donde no se pretende que se muestre ningún desarrollo escrito. **En el esquema de calificación vendrá indicado claramente cuando sea el caso**.
- (f) El uso inadvertido de radianes será penalizado la primera vez que aparezca. En el esquema de calificación se darán instrucciones claras para asegurar que en cada prueba se pierda solo un punto por el uso de radianes.

Ejemplo: Cálculo de ángulos y longitudes en trigonometría

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
(a) $\frac{\text{sen } A}{3} = \frac{\text{sen } 30}{4}$ (M1)(A1) Otorgue (M1) por la sustitución en el teorema del seno, (A1) por las sustituciones correctas. $A = 22,0^\circ$ (22,0243...) (A1)(G2)	(a) $\frac{\text{sen } A}{4} = \frac{\text{sen } 30}{3}$ $A = 41,8^\circ$	(M1)(A0) (uso del teorema del seno, pero con valores incorrectos) (A0) (Observación: Aquí, el segundo (A1) no ha sido corregido como (ft) y no se puede otorgar porque existe un error previo en el mismo apartado de la pregunta.)
(b) $x = 7 \text{tg}(22,0243\dots^\circ)$ (M1) $= 2,83$ (2,83163...) (A1)(ft)	(b) caso (i) $x = 7 \text{tg } 41,8^\circ$ $= 6,26$ pero caso (ii) 6,26	(M1) (A1)(ft) (G0) pues no aparece un desarrollo explícito

4 Uso del Esquema de calificación

- (a) Los puntos **A dependen** de los puntos **M** obtenidos previamente, **no** es posible otorgar **(M0)(A1)**. Una vez que se otorga un **(M0)**, se pierden todos los puntos **A** que le siguen en ese apartado de la pregunta, incluso si los cálculos son correctos, hasta el siguiente punto **M**.
La única excepción a lo anterior se hará en el caso de una respuesta donde la precisión se especifique en la pregunta (ver apartado 5).
- (b) Los puntos **A dependen** de los puntos **R** obtenidos, **no** es posible otorgar **(A1)(R0)**. Así pues, el **(A1)** no se puede otorgar a una respuesta que sea correcta cuando no aparece el razonamiento, o este es incorrecto.
- (c) En la prueba 2 se espera que los alumnos demuestren su destreza en la comunicación matemática mediante el uso de desarrollos adecuados. Las respuestas que sean correctas, pero no se basen en un desarrollo adecuado **no siempre recibirán la puntuación máxima**. Estas respuestas sin desarrollo que las sustente vienen designadas por **G** en el esquema de calificación, como una alternativa a la puntuación máxima. Ejemplo **(M1)(A1)(A1)(G2)**.

Ejemplo: Uso de la trigonometría para el cálculo de un ángulo de un triángulo.

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
(a) $\frac{\text{sen } A}{3} = \frac{\text{sen } 30}{4}$ (M1)(A1) Otorgue (M1) por la sustitución en el teorema del seno, (A1) por las sustituciones correctas. $A = 22,0^\circ$ (22,0243...) (A1)(G2)	(i) $\frac{\text{sen } A}{3} = \frac{\text{sen } 30}{4}$	(M1)(A1)
	$A = 22,0^\circ$	(A1)
	(ii) $A = 22,0^\circ$	(G2)
Observación: Los puntos G se utilizan solo si no se muestra ningún desarrollo, pero la respuesta es correcta.		

- (d) Los **métodos alternativos** no siempre se incluyen. Así, si una respuesta es errónea, entonces se debe analizar cuidadosamente el procedimiento, de modo que se asignen puntos por un método distinto de forma coherente con el esquema de calificación.
Cuando en el esquema de calificación se incluyen métodos alternativos para una pregunta, ello viene indicado mediante **"O"** etc.
- (e) A menos que en la pregunta se especifique lo contrario, se aceptan **expresiones equivalentes**.
Por ejemplo: $\frac{\text{sen } \theta}{\cos \theta}$ por $\text{tg } \theta$.

En el esquema de calificación, estas expresiones algebraica o numéricamente equivalentes aparecerán a veces escritas entre paréntesis junto a la respuesta requerida.
Cuando se requieran respuestas numéricas como respuesta final de un apartado de una pregunta, en el esquema de calificación se mostrará en este orden:
la respuesta con 3 cifras significativas a partir de la solución completa de la calculadora;
el valor exacto (por ejemplo $\frac{2}{3}$ si corresponde);
la solución completa de la calculadora en la forma 2,83163... como en el ejemplo anterior.
Cuando se dan las respuestas con 3 cifras significativas y se utilizan después en apartados posteriores de la pregunta llevando a una solución con 3 cifras significativas **distinta**, también se darán estas soluciones.

- (f) Dado que este es un examen internacional, se aceptarán todas las **formas de notación alternativas**. Algunos ejemplos:

Comas decimales: 1,7; 1'7; 1·7; 1,7.

Los números decimales menores que 1 podrían aparecer escritos sin un cero en el frente: 0.49 o .49.

Distintas descripciones de un intervalo: $3 < x < 5$; (3; 5);] 3; 5 [.

Distintas formas de notación de las propiedades de los conjuntos (por ejemplo complementario): A' ; \bar{A} ; A^c ; $U - A$; $(A; U \setminus A$.

Distintas formas de notación lógica: $\neg p$; p' ; \tilde{p} ; \bar{p} ; $\sim p$.
 $p \Rightarrow q$; $p \rightarrow q$; $q \Leftarrow p$.

El nivel de significación podría escribirse como α .

- (g) Puntos discretos: habrá ocasiones excepcionales en las que el esquema de calificación no cubra el trabajo que aparece. En estos casos se utilizará la nota DM para indicar que el examinador ha utilizado su criterio. La discrecionalidad debe utilizarse con moderación, y si existe duda se debe plantear una excepción a través de RM Assessor al jefe del equipo.

A partir de noviembre de 2011 no habrá una única penalización por prueba por precisión AP, precisión financiera FP y unidades UP. En lugar de ello, estas destrezas serán evaluadas en preguntas específicas y los puntos se otorgarán de acuerdo a lo especificado en los apartados 5, 6 y 7.

5 Precisión de las respuestas

Una precisión incorrecta debe ser penalizada una sola vez en cada pregunta de acuerdo a las siguientes reglas.

Instrucciones: Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas correctamente a 3 cifras significativas.

1. Si el alumno muestra la solución a 4 o más cifras significativas, la cual redondeada a 3 cifras significativas daría la respuesta requerida entonces otorgue **(A1)** e ignore cualquier redondeo posterior.

Observación: La solución sin redondear puede estar tanto en la línea de respuesta como en el cuadro de trabajo.

2. Si el alumno **no** muestra la solución sin redondear, entonces otorgue **(A1)** si la solución dada está aproximada **correctamente** a 2 o más cifras significativas, y **(A0)** en cualquier otro caso.

3. Si una solución aproximada a 2 cifras significativas se utiliza en apartados posteriores, entonces para otorgar más puntos debe aparecer el desarrollo. (Este criterio es el mismo que en el que se aplica coherencia a partir de una respuesta errónea.)

Estos 3 casos (vea los supra índices) se han resumido en la siguiente tabla e ilustrado después con ejemplos.

Si la solución final de alumno se expresa...					
	Exacta o a 4 o más cifras significativas (y que redondeada a 3 cifras significativas daría la respuesta correcta)	Aproximada incorrectamente a 3 cifras significativas	Aproximada correctamente a 2 cifras significativas ³	Aproximada incorrectamente a 2 cifras significativas	Aproximada correcta o incorrectamente a 1 cifra significativa
Aparece la solución sin redondear ¹	Otorgue (A1) independientemente del redondeo correcto o incorrecto				
No aparece la solución sin redondear ²	(A1)	(A0)	(A1)	(A0)	(A0)
Criterio para los apartados posteriores	Como en MS	Como en el criterio de coherencia, solo si se muestra el desarrollo ³			

Ejemplos:

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
9,43 (9,43398...) (A1)	(i) 9,43398... se muestra en el cuadro de trabajo seguido de 9; 9,4; 9,43; 9,434 (redondeados correctamente)	(A1)
	(ii) 9,43398... se muestra en el cuadro de trabajo seguido de 9,433; 9,44, etc. (redondeados incorrectamente)	(A1)
	(iii) 9,4	(A1)
	(iv) 9 (aproximado correctamente a 1 cifra significativa)	(A0)
	(v) 9,3 (aproximado incorrectamente a 2 cifras significativas)	(A0)
	(vi) 9,44 (aproximado incorrectamente a 3 cifras significativas)	(A0)

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
7,44 (7,43798...) (A1)	(i) 7,43798... se muestra en el cuadro de trabajo seguido de 7; 7,4; 7,44; 7,438 etc. (redondeados correctamente)	(A1)
	(ii) 7,43798... se muestra seguido de 7,437; 7,43 etc. (redondeados incorrectamente)	(A1)
	(iii) 7,4	(A1)
	(iv) 7 (aproximado correctamente a 1 cifra significativa)	(A0)
	(v) 7,5 (aproximado incorrectamente a 2 cifras significativas)	(A0)
	(vi) 7,43 (aproximado incorrectamente a 3 cifras significativas)	(A0)

Ejemplo: ABC es un triángulo rectángulo con el ángulo $\angle C = 90^\circ$, $AC = 32$ cm y $AB = 30$ cm. Halle (a) la longitud de BC, (b) el área del triángulo ABC.

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
<p>(a) $BC = \sqrt{32^2 - 30^2}$ (M1) <i>Otorgue (M1) por la sustitución correcta en el teorema de Pitágoras</i></p> <p>$= 11,1(\sqrt{124}; 11,1355\dots)$ (cm) (A1)</p>	<p>(a) $BC = \sqrt{32^2 - 30^2}$</p> <p>11 (cm) (A1) <i>(solo se muestra la aproximación a 2 cifras significativas, pero correcta)</i></p>	
<p>(b) $\text{Área} = \frac{1}{2} \times 30 \times 11,1355\dots$ (M1) <i>Otorgue (M1) por la sustitución correcta en la fórmula del área de un triángulo</i></p> <p>$= 167(167,032\dots)$ (cm²) (A1)(ft)</p>	<p>(b) caso (i) $\text{Área} = \frac{1}{2} \times 30 \times 11$ (M1) <i>(se muestra el desarrollo)</i></p> <p>$= 165$ (cm²) (A1)(ft)</p> <p>caso (ii) $= 165$ (cm²) (M0)(A0)(ft) <i>(No se muestra el desarrollo, la solución 11 se trata como procedimiento de coherencia, por lo que no se deben otorgar puntos en este caso)</i></p>	

La aproximación a 3 cifras significativas de una solución exacta **se debe aceptar si se realiza correctamente**.

Las soluciones exactas del tipo $\frac{1}{4}$ se pueden escribir como decimales con menos de 3 cifras significativas si el resultado sigue siendo exacto. La simplificación de una fracción a su expresión irreducible **no** es imprescindible. Las fracciones que contienen un numerador y/o un denominador decimal se aceptan para mostrar sustituciones pero no como respuesta final.

Razones de π y respuestas con expresiones de raíces cuadradas de enteros o cualquier potencia racional de un entero (por ejemplo, $\sqrt{13}, 2^{2/3}, \sqrt[4]{5}$), se pueden aceptar como respuestas exactas. Todas las otras potencias (por ejemplo de no enteros) y valores de funciones trascendentes tales como seno y coseno se deben evaluar.

Si el nivel de precisión viene especificado en la pregunta, se asignarán puntos por dar la respuesta con la precisión requerida. En **todos** estos casos no se obtiene el punto final si el redondeo no sigue las instrucciones dadas en la pregunta. El punto por la precisión especificada se puede considerar como punto por coherencia **(ft)** con independencia de un **(M0)** inmediatamente anterior.

6 Nivel de precisión en las preguntas sobre cuestiones financieras

El nivel de precisión de las respuestas se especificará en todas las preguntas que se relacionen con valores en dinero. Generalmente será a la unidad más cercana o a dos cifras decimales. La primera respuesta que no venga dada con el nivel de precisión especificado no recibirá el punto **A** final. En el esquema de calificación se darán instrucciones claras para asegurar que en cada prueba se pierda solo una vez el punto por la precisión incorrecta en una pregunta sobre cuestiones financieras.

Ejemplo: En una pregunta sobre cuestiones financieras se pide una precisión de 2 cifras decimales.

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
\$231,62 (231,6189) (A1)	(i) 231,6	(A0)
	(ii) 232 <i>(Aproximación correcta con un nivel de precisión distinto del requerido)</i>	(A0)
	(iii) 231,61	(A0)
	(iv) 232,00 <i>(Aproximación incorrecta al nivel de precisión requerido)</i>	(A0)

7 Unidades de medida en las respuestas

En determinadas preguntas será necesario expresar las unidades de medida, y esto vendrá claramente indicado en el esquema de calificación. La primera respuesta correcta pero sin unidades o con unidades incorrectas no recibirá el punto **A** final. En el esquema de calificación se darán instrucciones claras para asegurar que en cada prueba se pierda solo una vez el punto por la falta de unidades o unidades incorrectas.

Las unidades de medida se tendrán en cuenta solamente cuando se ha otorgado **(A1)** a la respuesta numérica siguiendo las indicaciones sobre la precisión dadas en el apartado 5.

Ejemplo:

Esquema de calificación	Examen del alumno	Corrección
(a) 37000 m ² (A1)	(a) 36000 m ² <i>(respuesta incorrecta, por lo que no se consideran las unidades)</i>	(A0)
(b) 3200 m ³ (A1)	(b) 3200 m ² <i>(unidades incorrectas)</i>	(A0)

8 Calculadoras de pantalla gráfica

Con frecuencia los alumnos van a obtener las soluciones directamente de la calculadora. Deben utilizar la notación matemática y no la notación de la calculadora. No se puede otorgar puntos por método a respuestas incorrectas basadas únicamente en notación de calculadora. No se puede otorgar puntos por método al comentario "usé la calculadora de pantalla gráfica".

1. (a) (H_0 :) El plato elegido es independiente de la edad (o equivalente) **(A1)**

Nota: Acepte “no está asociado” o “no depende” en lugar de “es independiente”.
En lugar de “la edad”, acepte una alternativa equivalente, como por ejemplo “ser un niño o un adulto”.

[1 punto]

- (b) 2 **(A1)**

[1 punto]

- (c) $\frac{69}{150} \times \frac{67}{150} \times 150$ **O BIEN** $\frac{69 \times 67}{150}$ **(M1)**

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula de la frecuencia esperada.

30,82 (30,8) **(A1)**

31 **(AG)**

Nota: Para conceder el **(A1)** el alumno tiene que haber incluido tanto una respuesta sin redondear que conduzca a la respuesta dada en el enunciado como la respuesta redondeada.

[2 puntos]

- (d) (i) ($\chi^2_{\text{calc}} =$) 2,66 (2,657537...) **(G2)**

(ii) (valor del parámetro $p =$) 0,265 (0,264803...) **(G1)**

Nota: Conceda **(G0)(G2)** sino se ha incluido en la respuesta el estadístico χ^2 o si su valor es incorrecto y el valor del parámetro p es correcto.

[3 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 1

(e) $0,265 > 0,10$ **O BIEN** $2,66 < 4,605$ (R1)(ft)

No se rechaza la hipótesis nula. (A1)(ft)

O BIEN

El plato elegido es independiente de la edad (o equivalente). (A1)(ft)

Nota: Conceda (R1)(ft) por una comparación correcta de, o bien su estadístico χ^2 con el valor crítico de χ^2 , o bien su valor del parámetro p con el nivel de significación. Admita "se acepta" en lugar de "no se rechaza". Se pueden otorgar puntos de arrastre de error desde los apartados (a) y (d).

No conceda (A1)(ft)(R0).

[2 puntos]

(f) (i) $\frac{81}{150} \left(\frac{27}{50}, 0,54, 54\% \right)$ (A1)(A1)(G2)

Nota: Conceda (A1) por el numerador y (A1) por el denominador.

(ii) $\frac{116}{150} \left(\frac{58}{75}, 0,773, 0,773333\dots, 77,3\% \right)$ (A1)(A1)(G2)

Nota: Conceda (A1) por el numerador y (A1) por el denominador.

(iii) $\frac{34}{69} (0,493, 0,492753\dots, 49,3\%)$ (A1)(A1)(G2)

Nota: Conceda (A1) por el numerador y (A1) por el denominador.

[6 puntos]

Total [15 puntos]

2. (a) $\frac{2 - (-1)}{-3 - (-9)}$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula de la pendiente.

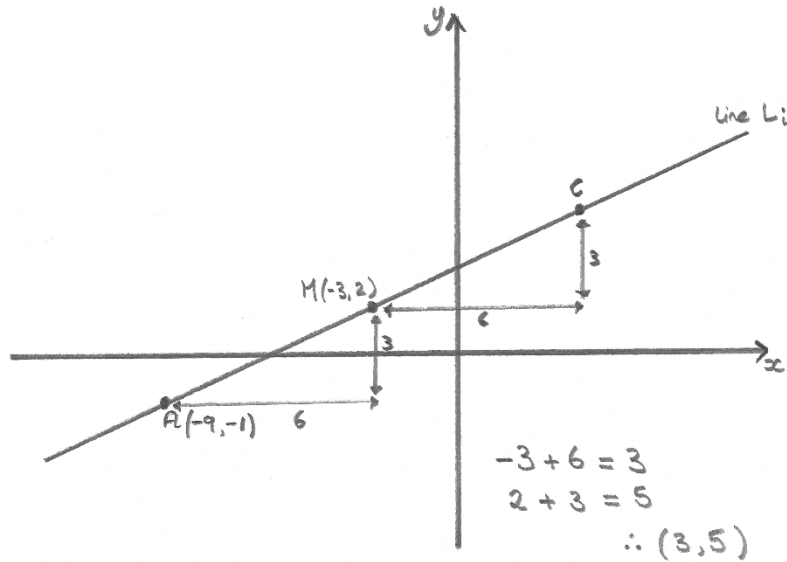
$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{6}, 0,5 \right)$ (A1)(G2)

[2 puntos]

(b) $-3 = \frac{-9+x}{2} (-6+9=x)$ y $2 = \frac{-1+y}{2} (4+1=y)$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula del punto medio para ambas coordenadas.

O BIEN



(M1)

Nota: Conceda (M1) por un bosquejo (dibujo aproximado) donde se muestre que el desplazamiento horizontal entre M y C es igual a 6 y el desplazamiento vertical es igual a 3 y también las coordenadas del punto M.

O BIEN

$-3+6=3$ y $2+3=5$ (M1)

Nota: Conceda (M1) si ha incluido ecuaciones correctas.

$(3, 5)$ (A1)(G1)(G1)

Nota: Acepte $x = 3, y = 5$. Conceda a lo sumo (M1)(A0) o (G1)(G0) si se omiten los paréntesis.

[2 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 2

(c) La pendiente de la normal = -2 (A1)(ft)

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (FT) desde el apartado (a).

$y - 2 = -2(x + 3)$ **O BIEN** $2 = -2(-3) + c$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido M correctamente y su pendiente de la recta normal en la fórmula de la recta.

$2x + y + 4 = 0$ (acepte múltiplos enteros) (A1)(ft)(G3)

[3 puntos]

(d) $2(k) + 4 + 4 = 0$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido $y = 4$ en la ecuación de su recta normal o por haber sustituido M y $(k, 4)$ en la ecuación de la pendiente de la normal.

$k = -4$ (A1)(ft)(G2)

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (FT) desde el apartado (c).

[2 puntos]

(e) $\sqrt{(-4+3)^2 + (4-2)^2}$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido correctamente punto M y su N en la fórmula de la distancia.

$\sqrt{5}$ (2,24; 2,23606...) (A1)(ft)

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error desde el apartado (d).

[2 puntos]

(f) $\frac{1}{2} \times (2 \times \sqrt{45}) \times \sqrt{5}$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por su sustitución correcta en la fórmula del área de un triángulo.
Conceda (M0) por **su** $\frac{1}{2} \times (\sqrt{45}) \times \sqrt{5}$ si no hay pruebas de que haya multiplicado por 2 para hallar la longitud de AC. Acepte cualquier método correcto para hallar el área.

15 (A1)(ft)(G2)

Nota: Acepte 15,02637... si utilizó un valor con 3 c. s. para $\sqrt{5}$.
Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (FT) desde el apartado (e).

[2 puntos]

Total [13 puntos]

3. (a) $u_{12} = 5 + (12 - 1) \times (2)$. (M1)(A1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido los valores en la fórmula de la progresión aritmética y (A1) por haberlos sustituido correctamente.

27 (A1)(G3)

[3 puntos]

(b) $S_n = \frac{n}{2}(2 \times 5 + (n - 1)(2))$ (M1)(A1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido valores en la fórmula de la serie aritmética y (A1) por haber sustituido correctamente.

$S_n = \frac{n}{2}(8 + 2n)$ **O BIEN** $S_n = n(5 + n - 1)$ (M1)

Nota: Conceda (M1) si hay pruebas de que hubo desarrollo y simplificación, o una división entre 2 que conduzca a la respuesta final.

$S_n = n^2 + 4n$ (AG)

Nota: El alumno tiene que haber incluido esta última línea, sin haber cometido errores en el desarrollo, para conceder el (M1) final.

[3 puntos]

(c) $(S_{18} =) 18^2 + 4 \times 18$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula de S_n .

$(S_{18} =) 396$ (A1)

Nota: El uso de "a partir de lo anterior" en el enunciado significa que el alumno ha de utilizar la fórmula de S_n (tomada del apartado (b)).

[2 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 3

(d) $1000 = n^2 + 4n$ **O BIEN** $1000 = \frac{n}{2}(10 + (n-1)(2))$ (o equivalente) **(M1)**

Nota: Conceda **(M1)** por haber igualado S_n a 1000 o por igualar a 1000 la fórmula de la suma de los términos de una progresión aritmética correctamente sustituida.

O BIEN

Un bosquejo de $S_n = n^2 + 4n$ y $S_n = 1000$ que muestre el punto de intersección. **(M1)**

Nota: Conceda **(M1)** por un bosquejo (gráfico aproximado) de una cuadrática y una recta horizontal con al menos un punto de intersección.

O BIEN

Un bosquejo de $n^2 + 4n - 1000$ mostrando el corte con el eje x **(M1)**

Nota: Conceda **(M1)** por un bosquejo (gráfico aproximado) de $n^2 + 4n - 1000$ con al menos un punto de corte con el eje x .

$(n =) 29,6859\dots$ **O BIEN** $-2 + 2\sqrt{251}$ **(A1)**

Nota: Conceda **(A1)** si ha incluido $29,6859\dots$ o bien $-2 + 2\sqrt{251}$. Puede quedar implícito en una respuesta final correcta.

$(n =) 29$ **(A1)(ft)(G2)**

Nota: No acepte 30. Conceda como máximo **(M1)(A1)(A0)** si ha dado dos respuestas finales. Puede otorgar puntos de arrastre de error **(FT)** desde su respuesta sin redondear.

O BIEN

$S_{30} = 1020$ y $S_{29} = 957$ **(A2)**

Nota: Conceda **(A2)** si ha incluido ambos valores "de cruce". No divida en dos partes esta puntuación **(A2)**.

$(n =) 29$ **(A1)(G2)**

[3 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 3

(e) $(A =) (29^2 + 4 \times 29) \times (1,84)$ **(M1)(M1)**

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente sus valores para hallar el número total de paneles triangulares. Conceda **(M1)** por haber multiplicado su número de paneles por 1,84 .

O BIEN

$(A =) 957 \times 1,84$ **(A1)(ft)(M1)**

Nota: Conceda **(A1)(ft)** por haber incluido su 957. Conceda **(M1)** por multiplicar su cantidad de paneles por 1,84. Puede otorgar puntos de arrastre de error (*FT*) desde su apartado (d).

$(A =) 1760,88(m^2)$ **(A1)(ft)(G2)**

$(A =) 1761(m^2)$ **(A1)(ft)(G3)**

[4 puntos]

Total [15 puntos]

4. (a) $\frac{1}{2}(0-2)(0+8)$ **O BIEN** $\frac{1}{2}(0^2 + 6(0) - 16)$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber evaluado $f(0)$.

$(c =) -8$ (A1)(G2)

Nota: Conceda (G2) por -8 o por $(0, -8)$.

[2 puntos]

(b) $x = -3$ (A1)(A1)

Nota: Conceda (A1) por plantear que " $x =$ una constante" y (A1) si la constante es igual a -3 . La respuesta ha de ser una ecuación.

[2 puntos]

(c) $(-3 - -10) + -3$ (M1)

O BIEN

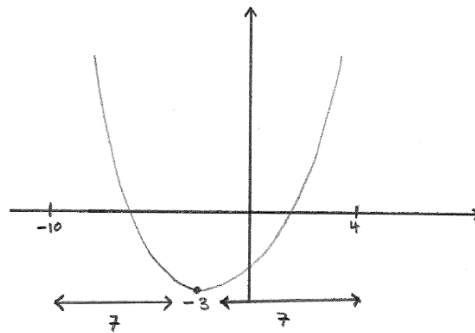
$(-8 - -10) + 2$ (M1)

O BIEN

$\frac{-10 + x}{2} = -3$ (M1)

Figura que muestre el eje de simetría y los puntos dados (basta con rotular los valores de la coordenada x : $-10, -3$ y 4) y alguna indicación de que la distancia horizontal entre el eje de simetría y cada uno de los puntos dados es igual a 7 .

(M1)



Nota: Conceda (M1) por un desarrollo correcto utilizando la simetría que hay entre $x = -10$ y $x = -3$. Conceda (M0) si el alumno ha utilizado $x = -10$ y $x = 4$ para mostrar que el eje de simetría es $x = -3$. Conceda (M0) si el alumno ha resuelto $f(x) = 12$ o ha evaluado $f(-10)$ y $f(4)$.

$(x =) 4$ (AG)

[1 punto]

Continuación de la pregunta 4

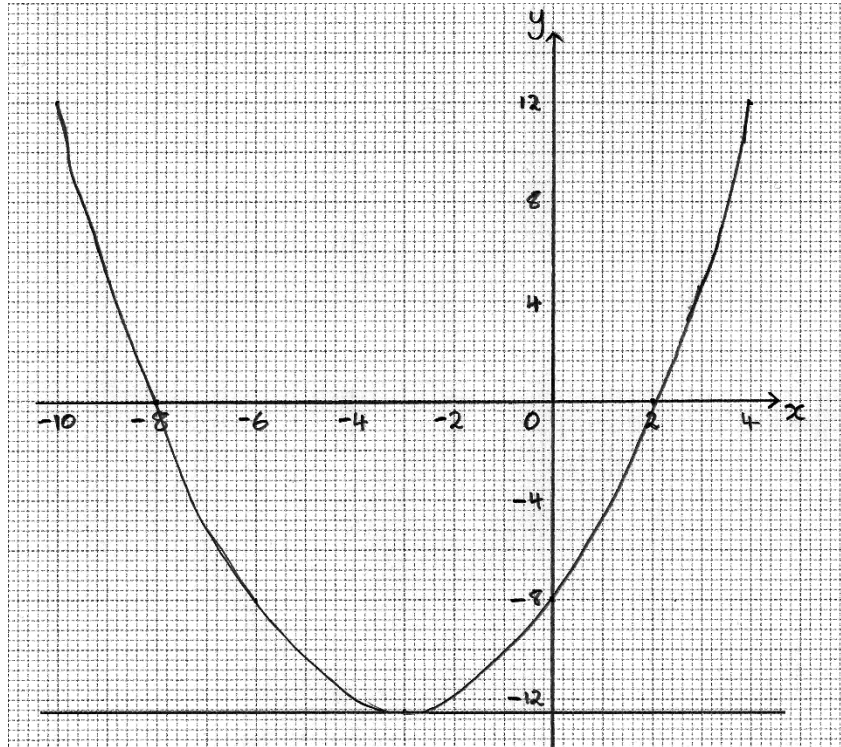
(d) -8 y 2

(A1)(A1)

Nota: Acepte $x = -8, y = 0$ y $x = 2, y = 0$ o bien $(-8, 0)$ y $(2, 0)$; conceda como mucho (A0)(A1) si ha omitido los paréntesis.

[2 puntos]

(e)



(A1)(A1)(A1)(A1)(ft)

Nota: Conceda (A1) por la presencia de ejes rotulados con la escala correcta y la “ventana” correcta (los intervalos correctos). Conceda (A1) si el vértice $(-3, -12, 5)$ está dibujado en la posición correcta.
Conceda (A1) si ha dibujado una curva suave, continua y simétrica respecto a su vértice.
Conceda (A1)(ft) si la curva atraviesa los ejes x e y en los puntos correctos. Se pueden otorgar puntos de arrastre de error desde su respuesta a los apartados (a) y (d).
Si el gráfico no está hecho en papel milimetrado, conceda a lo sumo (A0)(A0)(A1)(A1)(ft). Para conceder el último (A1)(ft), su gráfico debe pasar por su -8 y 2 .

[4 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 4

- (f) (i) $y = -12,5$ **O BIEN** $y = 0x - 12,5$ **(A1)(A1)**

Nota: Conceda **(A1)** por plantear que “ $y =$ una constante” y **(A1)** si la constante es igual a $-12,5$. La respuesta ha de ser una ecuación.

- (ii) Recta tangente al gráfico dibujada en $x = -3$. **(A1)(ft)**

Nota: Conceda **(A1)(ft)** por haber trazado una recta horizontal que sea tangente a la curva en (aproximadamente) $x = -3$. Conceda **(A0)** si la trazó sin utilizar la regla.
Se pueden otorgar puntos de arrastre de error desde su respuesta al apartado (e).

[3 puntos]

- (g) Decreciente **(A1)**

La pendiente (de la recta tangente) es negativa (en $x = a$) **O BIEN** $f'(a) < 0$ **(R1)**

Nota: No acepte “la pendiente (de la recta tangente) es -6 ”.
No conceda **(A1)(R0)**.

[2 puntos]

Total [16 puntos]

5. En el apartado (c) es obligatorio que el alumno incluya las unidades.

(a) $\hat{A}CD = 53^\circ$ (o equivalente) (A1)

Nota: Conceda (A1) si ha incluido 53° (o equivalente).

$$\frac{AD}{\text{sen } 53^\circ} = \frac{70}{\text{sen } 72^\circ} \quad (M1)(A1)$$

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido los valores en la fórmula del teorema del seno y (A1) por haberlos sustituido correctamente.

O BIEN

$$(AD^2 =) 60,2915\dots^2 + 70^2 - 2 \times 70 \times 60,2915\dots \times \cos 53 \quad (A1)(M1)(A1)$$

Nota: Conceda (A1) por haber incluido 53° o $60,2915\dots$, (M1) por haber sustituido los valores en la fórmula del teorema del coseno y (A1) por haberlos sustituido correctamente.

$$(AD =) 58,8(\text{m}) (58,7814\dots) \quad (A1)(G3) \quad [4 \text{ puntos}]$$

(b) $(\cos \hat{A}BC) = \frac{30^2 + 50^2 - 70^2}{2 \times 30 \times 50}$ (M1)(A1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido los valores en la fórmula del teorema del coseno y (A1) por haberlos sustituido correctamente.

$$(\hat{A}BC =) 120^\circ \quad (A1)(G2) \quad [3 \text{ puntos}]$$

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 5

(c) $A = \frac{1}{2} \times 50 \times 30 \times \text{sen } 120^\circ$ **(M1)(A1)(ft)**

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido los valores en la fórmula del área y **(A1)(ft)** por haber sustituido correctamente. Conceda **(M0)(A0)(A0)** por $\frac{1}{2} \times 50 \times 30$.

$(A =) 650 \text{ m}^2$ (649,519...) **(A1)(ft)(G2)**

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error desde el apartado (b).

[3 puntos]

(d) **MÉTODO 1 (igualar el resultado del apartado (c) a la expresión del área del triángulo ABC)**

$649,519... = \frac{1}{2} \times 70 \times h$ **(M1)(A1)(ft)**

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula del área de un triángulo. Conceda **(A1)(ft)** por haber igualado la fórmula del área a su área (la que halló en el apartado (c)).

$(h =) 18,6(\text{m})$ (18,5576...) **(A1)(ft)**

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (**FT**) desde su apartado (c).

$20 > 18,5576...$ **(R1)(ft)**

Nota: Acepte "la longitud de la cuerda es mayor que la altura del triángulo ABC".

la cuerda llega hasta el interior del terreno triangular ACD **(A1)(ft)**

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (**FT**) desde su valor de la altura. La concesión del **(A1)** final depende de que se haya concedido antes el **(R1)**.

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 5

MÉTODO 2 (hallar $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ o bien $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$ con el teorema del seno y, a continuación, usar una razón trigonométrica)

$$\frac{\text{sen } \hat{C}\hat{A}\hat{B}}{50} = \frac{\text{sen } 120^\circ}{70} \quad (\hat{C}\hat{A}\hat{B} = 38,2132\dots^\circ) \quad (M1)$$

Nota: Conceda **(M1)** por su sustitución correcta de valores en la fórmula del teorema del seno para hallar $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ o bien $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$. Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (*ft*) desde su apartado (b).

$$(h =) 30 \times \text{sen}(38,2132\dots^\circ) \quad (M1)$$

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente su valor de $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ o $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$ en la fórmula trigonométrica.

$$(h =) 18,6(\text{m}) (18,5576\dots) \quad (A1)(ft)$$

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (*FT*) desde su apartado (b).

$$20 > 18,5576\dots \quad (R1)(ft)$$

Nota: Acepte “la longitud de la cuerda es mayor que la altura del triángulo ABC”.

la cuerda llega hasta el interior del terreno triangular ACD (A1)(ft)

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (*FT*) desde su valor de la altura. La concesión del **(A1)** final depende de que se haya concedido antes el **(R1)**.

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 5

MÉTODO 3 (hallar $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ o bien $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$ con el teorema del coseno y, a continuación, usar una razón trigonométrica)

$$\cos \hat{A}\hat{C}\hat{B} = \frac{50^2 + 70^2 - 30^2}{2(50)(70)} \quad (\hat{A}\hat{C}\hat{B} = 21,7867\dots^\circ) \quad (M1)$$

Nota: Conceda **(M1)** por su sustitución correcta de valores en la fórmula del teorema del coseno para hallar $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ o bien $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$.

$$(h =) 50 \times \text{sen}(21,7867\dots^\circ) \quad (M1)$$

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente su valor de $\hat{C}\hat{A}\hat{B}$ o $\hat{A}\hat{C}\hat{B}$ en la fórmula trigonométrica.

$$(h =) 18,6(\text{m}) (18,5576\dots) \quad (A1)(ft)$$

$$20 > 18,5576\dots \quad (R1)(ft)$$

Nota: Acepte “la longitud de la cuerda es mayor que la altura del triángulo ABC”.

la cuerda llega hasta el interior del terreno triangular ACD **(A1)(ft)**

Nota: Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (*FT*) desde su valor de la altura. La concesión del **(A1)** final depende de que se haya concedido antes el **(R1)**.

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 5

MÉTODO 4 (hallar el área del triángulo de altura 20, justificando la contradicción)

$$A = \frac{1}{2}(70)(20) = 700(\text{m}^2) \quad \text{(M1)(A1)}$$

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula del área de un triángulo para un triángulo de altura 20 y base 70. Conceda **(A1)** por el 700. Conceda **(M0)(A0)** por un 700 no respaldado por razonamientos/cálculos, a no ser que en un razonamiento posterior se explique cómo se obtuvo ese 700.

$$700 > 649,519\dots \quad \text{(R1)}$$

si la cuerda toca exactamente el lado AC, entonces este triángulo tiene un área mayor que ABC y, dado que la distancia AC es fija, la altura tiene que ser menor que 20 **(R1)**

O BIEN

$$\frac{1}{2}(70)(20) > \frac{1}{2}(70)(\text{la altura perpendicular a AC}) \text{ y, por consiguiente,}$$

$$20 > \text{la altura perpendicular a AC} \quad \text{(R1)(ft)}$$

Nota: Conceda **(R1)** por una explicación donde se diga que el triángulo de partida ABC y este nuevo triángulo tienen la misma base (70) y que, por consiguiente, la altura del triángulo ABC es menor que 20.

Por consiguiente, la cuerda llega hasta el interior del terreno triangular ACD. **(A1)(ft)**

Nota: Es posible utilizar otros métodos, además de los ya enumerados aquí. Todos estos métodos se pueden clasificar en dos grandes grupos: el primero se basa en hallar la altura del triángulo y compararla con 20; el segundo, en crear un triángulo artificial que tenga altura igual a 20 y explicar por qué este triángulo no es ABC haciendo referencia al área y a las longitudes de los lados dadas en el enunciado.

[5 puntos]

Total [15 puntos]

6. (a) $(V =) \frac{4\pi r^3}{3} + \pi r^2 l$ (o equivalente) (A1)(A1)

Nota: Conceda (A1) por la fórmula del volumen de una semiesfera multiplicada por 2, o bien por la fórmula del volumen de un cilindro; conceda (A1) por dar una expresión que sea completamente correcta. Acepte expresiones equivalentes. Conceda a lo sumo (A1)(A0) si usan h en lugar de l .

[2 puntos]

(b) $300 = 4\pi r^2 + 2\pi r l$ (A1)(A1)(A1)

Nota: Conceda (A1) por dar la superficie de una semiesfera multiplicada por 2. Conceda (A1) por dar la superficie de un cilindro. Conceda (A1) por sumar sus fórmulas e igualarlas a 300. Conceda a lo sumo (A1)(A1)(A0) si usan h en lugar de l a menos que ya se haya penalizado en el apartado (a).

[3 puntos]

(c) $V = \frac{4\pi r^3}{3} + \pi r^2 \left(\frac{150 - 2\pi r^2}{\pi r} \right)$ (M1)

Nota: Conceda (M1) por haber sustituido correctamente los valores en su fórmula de V .

$$V = \frac{4\pi r^3}{3} + 150r - 2\pi r^3$$
 (M1)

Nota: Conceda (M1) por desarrollar el paréntesis y simplificar la expresión del cilindro en V de una manera correcta que conduzca a la respuesta final.

$$V = 150r - \frac{2\pi r^3}{3}$$
 (AG)

Nota: El alumno tiene que haber incluido esta última línea, sin haber cometido errores en el desarrollo, para conceder el segundo (M1).

[2 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

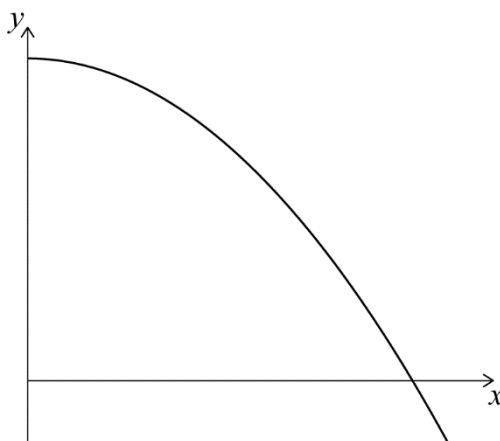
Continuación de la pregunta 6

(d) $\left(\frac{dV}{dr} =\right) 150 - 2\pi r^2$ (A1)(A1)

Nota: Conceda (A1) por el 150. Conceda (A1) por $-2\pi r^2$.
Conceda como máximo (A1)(A0) si ha incluido términos adicionales.

[2 puntos]

(e) $150 - 2\pi r^2 = 0$ **O BIEN** $\frac{dV}{dr} = 0$ **O BIEN** un bosquejo (dibujo aproximado) de $\frac{dV}{dr}$ donde esté indicada la intersección con el eje x (M1)



Nota: Conceda (M1) por igualar su derivada a cero o por un bosquejo (dibujo aproximado) de su derivada donde esté indicada la intersección con el eje x .

$r = \sqrt{\frac{150}{2\pi}}$ **O BIEN** $r^2 = \frac{150}{2\pi}$ (A1)

$r = \sqrt{\frac{75}{\pi}}$ (AG)

Nota: El alumno tiene que haber incluido la línea (AG) para conceder el (A1) anterior.

[2 puntos]

Continúa en la pág. siguiente...

Continuación de la pregunta 6

$$(f) \quad (l =) \frac{150 - 2\pi \left(\sqrt{\frac{75}{\pi}} \right)^2}{\pi \left(\sqrt{\frac{75}{\pi}} \right)} \quad (M1)$$

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula (dada en el enunciado) de la longitud del cilindro.

$$(l =) 0 \text{ (cm)} \quad (A1)(G2)$$

Nota: Conceda **(M1)(A1)** por haber sustituido correctamente la aproximación de 3 c. s. 4,89, y haber llegado a la respuesta correcta de cero.

[2 puntos]

$$(g) \quad V = 150 \left(\sqrt{\frac{75}{\pi}} \right) - \frac{2\pi \left(\sqrt{\frac{75}{\pi}} \right)^3}{3} \quad \text{O BIEN} \quad V = \frac{4\pi \left(\sqrt{\frac{75}{\pi}} \right)^3}{3} \quad (M1)$$

Nota: Conceda **(M1)** por haber sustituido correctamente los valores en la fórmula del volumen del altavoz o del volumen de una esfera.

$$489 \left(488,602\dots, 100 \sqrt{\frac{75}{\pi}} \right) \text{ (cm}^3\text{)} \quad (A1)(ft)(G2)$$

Nota: Acepte 489,795... si utilizó valores de $\sqrt{\frac{75}{\pi}}$ dados con 3 c. s.

Conceda **(M1)(A1)(ft)** por haber sustituido correctamente en su volumen del altavoz. Se pueden otorgar puntos de arrastre de error (**FT**) desde sus apartados (a) y (f).

[2 puntos]

$$(h) \quad \text{Esfera (esférica)} \quad (A1)(ft)$$

Nota: En esta pregunta hay que utilizar el resultado del apartado (f), así que si el alumno dejó sin contestar el apartado (f), al apartado (h) hay que concederle **(A0)**. Se pueden otorgar puntos de arrastre de error desde su $l > 0$.

[1 punto]

Total [16 puntos]